



Blaconá, María Teresa

Andreozzi, Lucía

Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas de la Escuela de Estadística

Consejo de Investigaciones de la UNR

MODELOS PARA SERIES DE TIEMPO CON ESTACIONALIDAD COMPLEJA

Introducción

Muchas series de tiempo exhiben múltiples patrones estacionales, como ciclos diarios, semanales, mensuales, etc. En general los modelos de series de tiempo representan un solo tipo de patrón estacional, por ejemplo mensual, trimestral, etc.

Si se considera que cualquier patrón periódico de longitud fija es un patrón estacional, a este se le puede llamar ciclo. Ejemplos de múltiples patrones estacionales pueden ser el consumo de electricidad o gas diarios u horarios, los ingresos a un centro de salud, las llamadas recibidas en una central telefónica, etc.

Los enfoques más comúnmente utilizados para modelar un único patrón estacional son los suavizados exponenciales (Holt-Winters, 1960), los modelos ARIMA estacionales (Box y Jenkins, 1970), los modelos de espacio de estado (MEE, Harvey, 1989) los MEE de innovaciones (ETS, Hyndman et al., 2008).

Entre las propuestas para múltiples patrones estacionales se pueden destacar: los MEE con *spline* para series diarias (Harvey y Koopman, 1993), modelos de suavizados exponencial parsimoniosos (Taylor y Snyder, 2009, Taylor 2010) y los modelos de espacio de estado de innovaciones para patrones estacionales complejos (De Livera et al 2011).

En este trabajo se representan las características particulares de estos últimos modelos y se los aplica a datos de dos series de tiempo, como son: 1) cantidad de vehículos diarios que pasan por la estación de peaje General Lagos de la autopista Rosario-Buenos Aires y 2) consumo diario promedio por cliente medido en m^3 , en la localidad de Las Rosas, (Santa Fe, Argentina).

Metodología

Los métodos de suavizado exponencial como el de Holt-Winters (HW) se usan ampliamente, con buenos pronósticos, en series de tiempo que presentan un patrón estacional, sea este aditivo o multiplicativo. A pesar de ello presentan dos debilidades: no se pueden estimar por máxima verosimilitud y no permiten calcular intervalos de pronóstico.

Existen dos propuestas superadoras como son los MEE con múltiples fuentes de error (Harvey, 1989) y los MEE de innovaciones con una única fuente de error (Hyndman et al, 2008). Los métodos de suavizado exponencial anteriormente mencionados han sido estudiados en el marco de los modelos de espacios de estado. Los MEE de innovaciones incluyen aquellos que subyacen en los métodos aditivos y multiplicativos de HW.

Extendiendo el método de HW a más de un patrón estacional, Taylor (2003) incorpora una segunda componente estacional, y comenta que cuando el número de componentes



estacionales es grande puede ser dificultoso estimar los parámetros y valores semillas (o iniciales). Además si el período estacional es extenso es probable que se sobreparametrice el modelo. Esto se puede simplificar cuando una longitud estacional es múltiplo de la otra. Este modelo de suavizado exponencial supone que el proceso de ruido blanco $\{d_t\}$ no está correlacionado serialmente. Este supuesto no siempre se cumple en la práctica porque a veces se comportan como un proceso AR(1).

De Livera et al. (2011) proponen modificaciones al MEE de innovaciones para que el suavizado exponencial contemple una amplia variedad de patrones estacionales y también solucione el problema de errores correlacionados.

Para no caer en los posibles problemas de los modelos no lineales, dichos autores se restringen a modelos homocedásticos lineales y en el caso de algún tipo de no linealidad usan las transformaciones de Box-Cox (Box y Cox, 1964). Se puede extender el modelo incluyendo la transformación de Box y Cox, los errores ARMA y T patrones estacionales como sigue

$$y_t^{(w)} = \begin{cases} \frac{y_t^{(w)} - 1}{w}, & w \neq 0 \\ \log(y_t), & w = 0 \end{cases}, \quad (1.a)$$

$$y_t^{(w)} = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^T s_{t-m_i}^{(i)} + d_t, \quad (1.b)$$

$$\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha d_t, \quad (1.c)$$

$$b_t = (1 - \phi)b + \phi b_{t-1} + \beta d_t, \quad (1.d)$$

$$s_t^{(i)} = s_{t-m_i}^{(i)} + \gamma_i d_t, \quad (1.e)$$

$$d_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i d_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t. \quad (1.f)$$

$y_t^{(w)}$ se utiliza para representar la observación transformada de Box y Cox con parámetro w , donde y_t es la observación en el momento t . m_1, m_2, \dots, m_T son los períodos estacionales, ℓ_t es el nivel local en el período t , b es la tendencia a largo plazo, b_t es la tendencia a corto plazo en el período t , $s_t^{(i)}$ representa la i -ésima componente estacional en el momento t , $\{d_t\}$ puede ser un modelo ARMA(p,q) y el proceso $\{\varepsilon_t\}$ es un proceso gaussiano ruido blanco con media cero y variancia constante σ^2 . Los parámetros de suavizado están dados por α , β y γ_i para $i=1, \dots, T$. ϕ es la constante de amortiguación de la tendencia. Este cambio asegura que el valor de la tendencia a corto plazo b_t converge al valor b (tendencia a largo plazo), en lugar de tender a cero.

A estos modelos se los denomina BATS como un anacronismo de las características claves del modelo: transformación Box y Cox, errores ARMA, componentes de tendencia y estacionalidad. Se suplementa con los argumentos $(\omega, \phi, p, q, m_1, m_2, \dots, m_T)$ para indicar el parámetro de Box-Cox, parámetros de amortiguación, parámetros del modelo ARMA y períodos estacionales respectivamente.

El modelo BATS es la generalización más obvia de los modelos de innovación estacionales



tradicionales que permiten múltiples períodos estacionales.

Para conseguir un enfoque más flexible y parsimonioso De Livera et al (2011) introducen una representación trigonométrica de los componentes estacionales basada en series de Fourier de la forma de West y Harrison (1997) y Harvey (1989) de la siguiente manera:

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)}, \quad (2.a)$$

$$s_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \text{sen} \lambda_j^{(i)} + \gamma_1^{(i)} d_t, \quad (2.b)$$

$$s_{j,t}^{*(i)} = -s_{j,t-1}^{(i)} \text{sen} \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + \gamma_2^{(i)} d_t, \quad (2.c)$$

donde $\gamma_1^{(i)}$ y $\gamma_2^{(i)}$ son parámetros de suavizado y $\lambda_j^{(i)} = \frac{2\pi j}{m_i}$ describe el nivel estocástico de la

i -ésima componente estacional como $s_{j,t}^{(i)}$ y el crecimiento estocástico de la i -ésima componente estacional, que se necesita para describir los cambios de los componentes estacionales a través del tiempo por $s_{j,t}^{*(i)}$. El número de armónicos que se requiere para la i -ésima componente estacional se denota con k_i .

Se obtiene una nueva clase de MEE de innovaciones reemplazando la componente estacional $s_t^{(i)}$ en la ecuación (1.c) por la formulación trigonométrica, luego la ecuación de medida está dada por

$$y_t^{(w)} = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^T s_{t-1}^{(i)} + d_t.$$

A esta clase de modelos se lo llama TBATS, la T inicial se refiere a la transformación trigonométrica. Si se enumeran los argumentos se especifica $\text{TBATS}(\omega, \phi, p, q, \{m_1, k_1\}, \{m_2, k_2\}, \dots, \{m_T, k_T\})$ donde cada argumento tiene el mismo significado que en los modelos BATS y k_i es el número de armónicos de la componente estacional $s_t^{(i)}$. Un modelo TBATS requiere la estimación de $2(k_1 + k_2 + \dots + k_T)$ valores iniciales, un número que generalmente es menor que el número de parámetros semilla de los modelos BATS. Otra ventaja es que la función trigonométrica se puede utilizar para modelos con frecuencia estacional no entera, (por ejemplo el caso de los días de un año como 365,25 para contemplar los años bisiestos). Algunas ventajas claves de los modelos TBATS son i) admite un espacio de parámetros grande con posibilidad de mejores pronósticos, ii) permite múltiples componentes estacionales anidadas y no anidadas, iii) trata características no lineales que a menudo se presentan en series de tiempo reales, iv) permiten que automáticamente se tenga en cuenta cualquier autocorrelación que se presente en los residuos y v) involucra un método de estimación más simple y eficiente.

En un enfoque general de MEE lineales se estiman los parámetros desconocidos, parámetros de suavizado y de amortiguación usando la suma de cuadrados de error de una verosimilitud gaussiana. En este contexto también se tiene que estimar el parámetro de transformación de Box y Cox, ω y los coeficientes ARMA.

La distribución de los pronósticos para el período futuro $n+h$ en el espacio transformado, dado el vector de estados final y los parámetros, es gaussiana. La variable aleatoria asociada



se llama $y_{n+h|n}^{(w)}$, con media $E\left(y_{n+h|n}^{(w)}\right)$ y variancia $V\left(y_{n+h|n}^{(w)}\right)$, las mismas tienen en cuenta la transformación de Box y Cox.

La distribución de los pronósticos $y_{n+h|n}^{(w)}$, si $w \neq 1$, no es normal. Sin embargo, los pronósticos puntuales e intervalos de pronóstico se pueden obtener usando la inversa de la transformación de Box y Cox a partir de los cuantiles de la distribución de $y_{n+h|n}^{(w)}$. El pronóstico puntual que se obtiene en esta forma es la mediana, que es un predictor con error medio absoluto mínimo.

La selección del modelo se realiza mediante el criterio de AKAIKE ($AIC = L + 2j$) donde L es la verosimilitud y j es el número de parámetros.

Para determinar el número de armónicos, para cada componente estacional se ajusta repetidamente el modelo con crecimiento gradual de k_i , manteniendo todos los otros armónicos constantes hasta conseguir el mínimo AIC.

Para seleccionar los órdenes p y q del modelo ARMA se utiliza un procedimiento en dos etapas. Primero se selecciona un modelo conveniente de los componentes sin tener en cuenta el modelo ARMA de los residuos, luego se aplica el algoritmo automático ARIMA de Hyndman y Khandakar (2008) a los residuos de este modelo para determinar los órdenes mencionados (se asume que dichos residuos son estacionarios). Se ajusta nuevamente el modelo seleccionado pero con un componente de error ARMA(p, q), donde los coeficientes ARMA son estimados conjuntamente con el resto de los parámetros. El componente ARMA se deja solamente si el AIC del modelo resultante es más bajo que el del modelo sin componente ARMA.

La eficiencia de los modelos para pronosticar se mide a través de los coeficientes MAPE definidos como

$$MAPE(h) = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h \left| \frac{\hat{y}_{n+i|n} - y_{n+i}}{y_{n+i}} \right| \times 100.$$

Con este coeficiente se puede determinar el porcentaje de error promedio que se realiza al pronosticar h pasos hacia adelante ($h =$ horizonte de pronóstico).

Aplicación

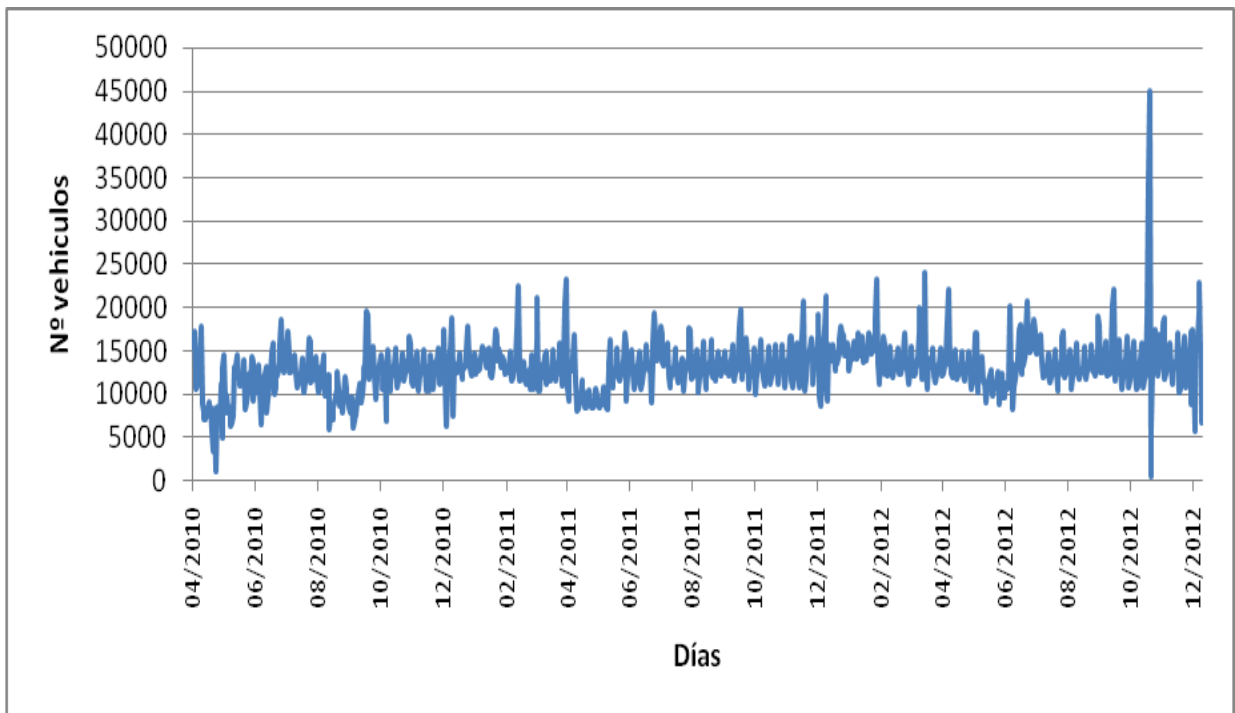
Como se menciona en la introducción los modelos BATS y TBATS se aplican a dos series con patrones estacionales complejos.

Serie 1: La primera serie sobre la cual se desarrolla la aplicación es la cantidad total de vehículos diarios que atraviesa la estación de peaje General Lagos de la autopista Rosario-Buenos Aires en el período comprendido desde el 22 de abril de 2010 al 31 de diciembre de 2012. Las mediciones se realizan mediante un sensor que contabiliza el número de vehículos.

La misma presenta dos periodicidades, una anual y una semanal. La periodicidad anual tiene una particularidad, su período no es entero. Además el período más corto, la semana (7 días), no es divisor del período más largo; el año (365.25 días) Este comportamiento estacional resulta complejo y requiere de modelos no convencionales para poder ser analizado.



Gráfico 1: Número de vehículos diarios que atraviesa la estación de peaje General Lagos de la autopista Rosario-Buenos Aires (22-04-10 al 31-12-2012).



Fuente: Órgano de Control de Concesiones viales. OCCOVI.

La serie presenta un valor faltante que se debe a un desperfecto en el instrumento de medición y se imputa mediante una interpolación, por el mismo motivo se presentan valores atípicos en el mes de noviembre de 2012.

Para tener en cuenta el comportamiento particular que presentan los días feriados: previamente al ajuste se realiza una corrección de los datos de dichos días utilizando: 1º) un modelo de regresión con tendencia, una única estacionalidad (semanal) y tres variables para los días feriados, (F1: feriado día de semana, F2: último día de fin de semana largo y F3: día previo al fin de semana largo) a fin de estimar el efecto de estos días sobre el número de vehículos diarios que pasan por el peaje (se debe aclarar que solamente para esta corrección se considera la tendencia y la estacionalidad como determinísticas y 2º) se corrigen los valores de dichos días con las estimaciones de los coeficientes para cada tipo de feriado.

Se ajustan los modelos con datos desde el 22 de abril de 2010 al 31 de octubre de 2012, dejando los meses de noviembre y diciembre para poder calcular la bondad de los modelos para realizar pronósticos fuera de la muestra.

Siguiendo los modelos propuestos por De Livera et al (2011) presentados en la Metodología se ajusta un modelo BATS (Exponential Smoothing State Space model with Box-Cox transformation, ARMA errors, Trend and Seasonal Components) y uno TBATS (Trigonometric Exponential Smoothing State Space model with Box-Cox transformation, ARMA errors, Trend and Seasonal Components). Los ajustes de los modelos son del tipo:

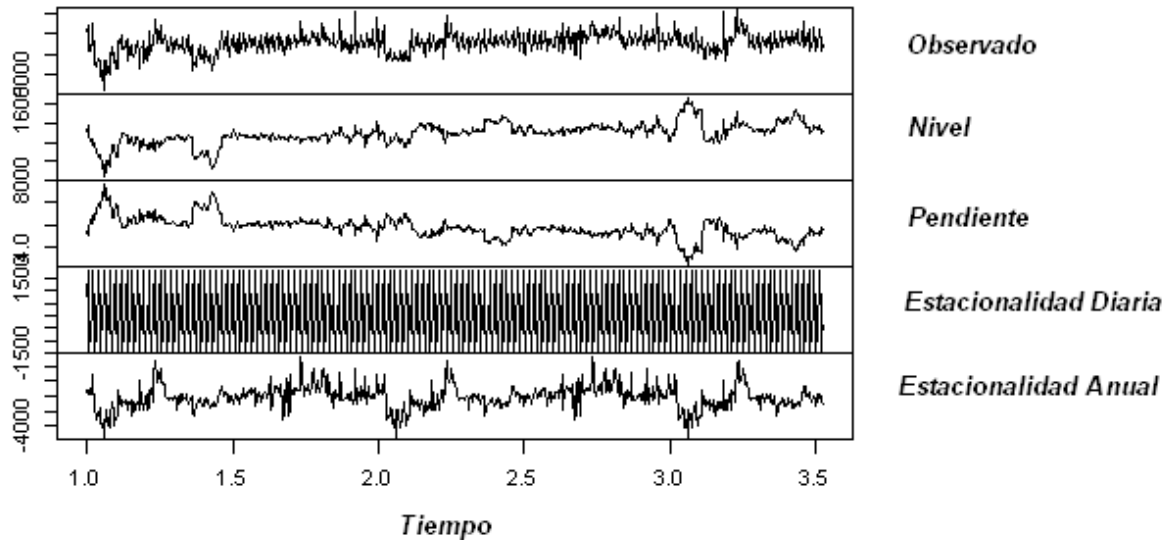
$$\text{BATS}(\omega = 1, \hat{\phi} = 0.998, p = 3, q = 1, m_1 = 7, m_2 = 365)$$

$$\text{y TBATS}(\omega = 1, \hat{\phi} = 0.999, p = 1, q = 2, \{m_1, k_1\} = \{7, 3\}, \{m_2, k_2\} = \{365.25, 4\}).$$



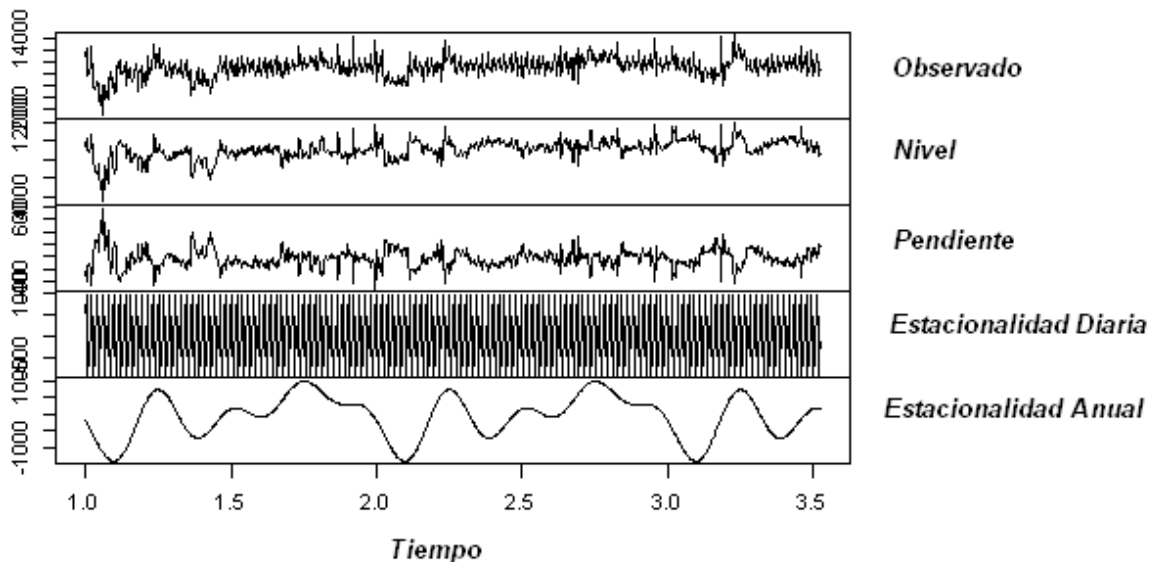
La descomposición de la serie de tiempo N° de vehículos diarios que atraviesa la estación de peaje General Lagos por ambos métodos presenta un nivel creciente, una tasa de crecimiento decreciente y dos patrones estacionales uno semanal y otro anual.

Gráfico 2: Descomposición de la serie N° de vehículos diarios que atraviesa la estación de peaje General Lagos por el modelo BATS (22-04-10 al 31-10-2012).



Fuente: Elaboración propia en base a datos del OCCOVI.

Gráfico 3: Descomposición de la serie N° de vehículos diarios que atraviesa la estación de peaje General Lagos por el modelo TBATS (22-04-10 al 31-10-2012).



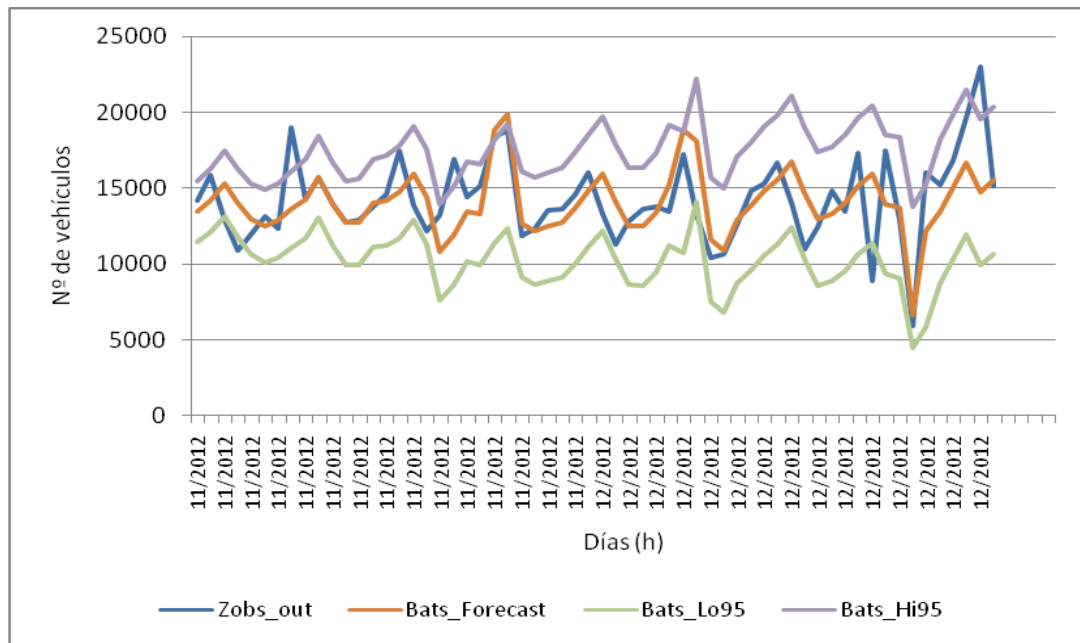
Fuente: Elaboración propia en base a datos del OCCOVI.



El modelo BATS estima las componentes con más irregularidad que el método TBATS.

Como se mencionó anteriormente se dejaron los meses de noviembre y diciembre de 2012 para evaluar los pronósticos de los dos modelos fuera de la muestra. Para esta evaluación no se tuvieron en cuenta los pronósticos de los días 9-11-2012 al 12-11-2012 porque como se dijo los mismos se pueden considerar valores atípicos que posiblemente se deban a un mal funcionamiento del censor que mide el paso de los vehículos. También se debe aclarar que los pronósticos se corrigieron por días feriados.

Gráfico 4: Pronósticos del N° de vehículos diarios que atraviesa la estación de peaje General Lagos con sus respectivos intervalos del 95% por el modelo BATS (1-11-2012 al 31-12-2012).

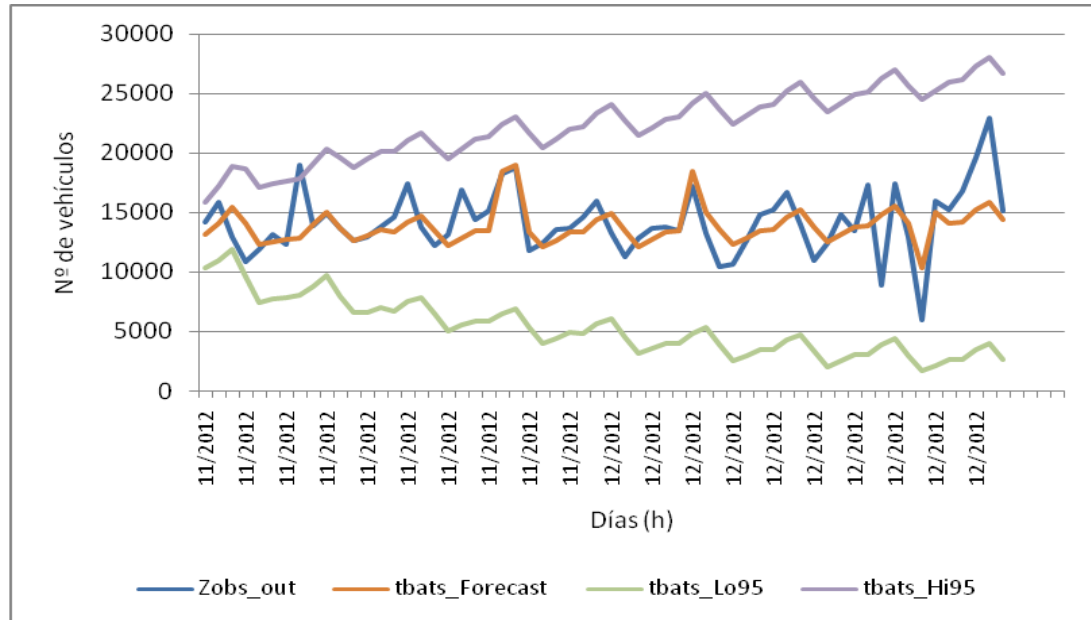


Fuente: Elaboración propia en base a datos del OCCOVI.

La mayoría de los valores observados caen dentro de los intervalos de pronóstico del 95%. En los últimos días del mes de diciembre la variabilidad de los valores observados creció considerablemente y algunos de ellos caen fuera del intervalo de pronóstico.



Gráfico 5: Pronósticos del N° de vehículos diarios que atraviesa la estación de peaje General Lagos con sus respectivos intervalos del 95% por el modelo TBATS (1-11-2012 al 31-12-2012).



Fuente: Elaboración propia en base a datos del OCCOVI.

Los dos modelos se desempeñan adecuadamente, presentando algunas ventajas el modelo TBATS como son: i) menor AIC ($AIC_{TBATS} = 19742.28$, $AIC_{BATS} = 19885.2$); ii) considerable menor tiempo de cálculo por tener que estimar menos valores semilla y iii) menor porcentaje de error de pronóstico ($MAPE(30 \text{ días})_{TBATS} = 9.64\%$ y $MAPE(30 \text{ días})_{BATS} = 10.66\%$ y $MAPE_{BATS}(61 \text{ días}) = 13.00\%$ y $MAPE_{TBATS}(61 \text{ días}) = 12.79\%$).

Tabla 1: MAPE de los modelos BATS y TBATS para diferentes horizontes (h).

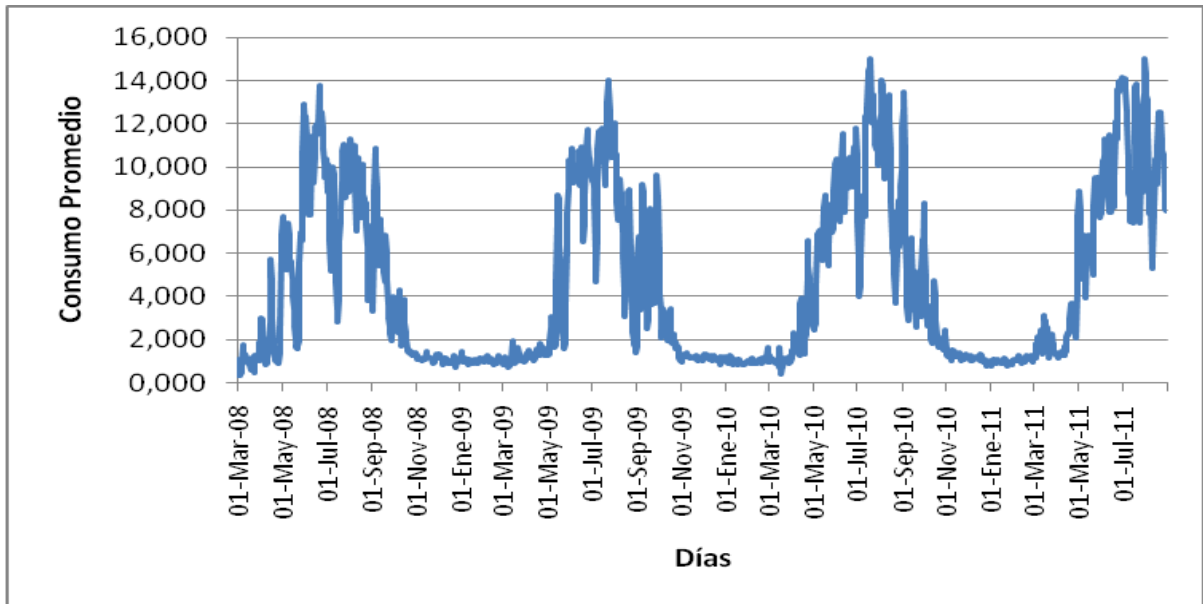
Días (h)	BATS	TBATS
7	11.58	11.13
15	10.53	10.04
30	10.66	9.64
45	10.91	9.95
61	13.00	12.79

Serie 2: La segunda serie de tiempo que se considera para aplicar los modelos BATS y TBATS, es el consumo diario promedio de gas en metros cúbicos (m^3), en la localidad de Las Rosas (Santa Fe, Argentina) durante el período 1 de marzo de 2008 al 31 de agosto del 2011. Para el ajuste del modelo se dejan los dos últimos meses (julio-agosto) para comprobar la bondad de los pronósticos fuera de la muestra.

Esta serie también presenta dos tipos de estacionalidades, la semanal (7días) y la anual (365,25), por lo que se puede considerar como estacionalidad compleja. Otra característica de esta serie es que presenta mayor variabilidad (volatilidad) en los consumo de invierno que en los de verano)



Gráfico 6: Consumo diario promedio de gas en metros cúbicos (m³), en la localidad de Las Rosas (01-03-08 al 31-08-11)



Fuente: Empresa Privada

Esta serie fue analizada previamente por Acosta, P. (2013), por medio de un modelo de espacio de estado (Harvey, Koopman, 1993), con *spline* para considerar la estacionalidad anual, variables explicativas que captan la influencia de la temperatura y de los días feriados sobre el consumo de gas y se tuvieron también en cuenta algunos valores atípicos. Los pronósticos logrados fueron muy buenos, con MAPE a 31 días de 5.25% y a 62 días de 5.83%.

En la presente aplicación se ajustan los modelos BATS y TBATS que no permiten la incorporación de variables explicativas y se evalúa la posible pérdida de precisión al utilizar modelos más simples, como son los nuevos modelos propuestos.

Para tener en cuenta el comportamiento particular que presentan los días feriados al igual que para la serie 1, previamente al ajuste se realiza una corrección de los datos de dichos días utilizando: 1º) un modelo de regresión con tendencia, una única estacionalidad (semanal) y una variables para los días feriados que caen días de semana, con el fin de estimar el efecto de estos días sobre el consumo promedio de gas (se debe aclarar que solamente para esta corrección se considera la tendencia y la estacionalidad determinísticas y 2º) se corrigen los valores de dichos días con la estimación de los coeficientes para cada tipo de feriado.

Siguiendo los modelos propuestos por De Livera et al (2011) presentados en la sección metodología se ajusta un modelo TBATS¹ (Trigonometric Exponential Smoothing State Space model with Box-Cox transformation, ARMA errors, Trend and Seasonal Components). El ajuste resulta:

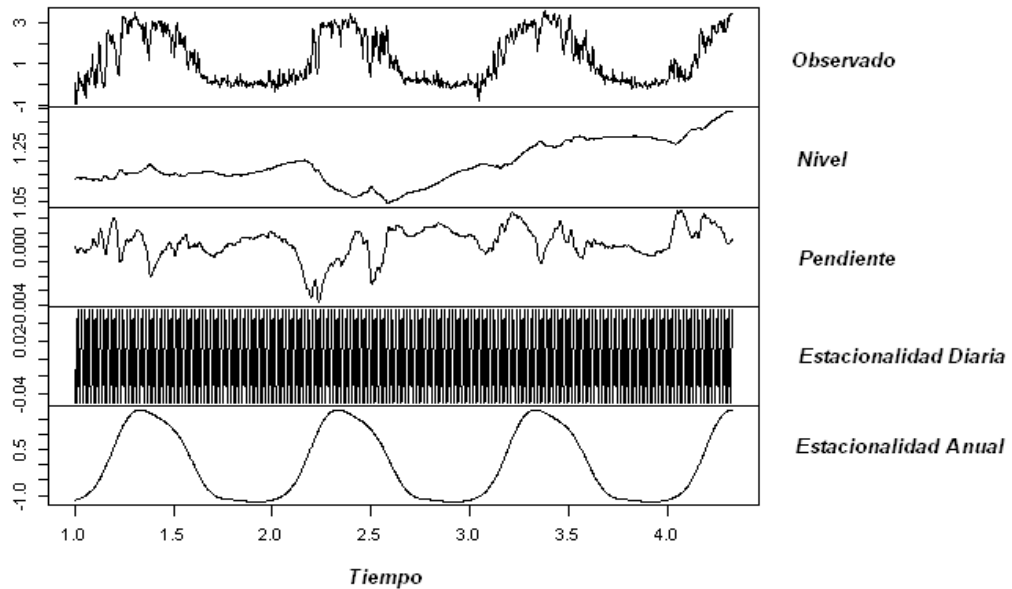
$$TBATS\left(\omega=1, \hat{\phi}=0.971, p=4, q=5, \{m_1, k_1\}=\{7, 1\}, \{m_2, k_2\}=\{365.25, 4\}\right)$$

La descomposición presenta un nivel creciente, una tasa de crecimiento prácticamente nula y dos patrones estacionales uno semanal y otro anual.

¹ El modelo BATS no se presenta porque no se consigue el ajuste apropiado.

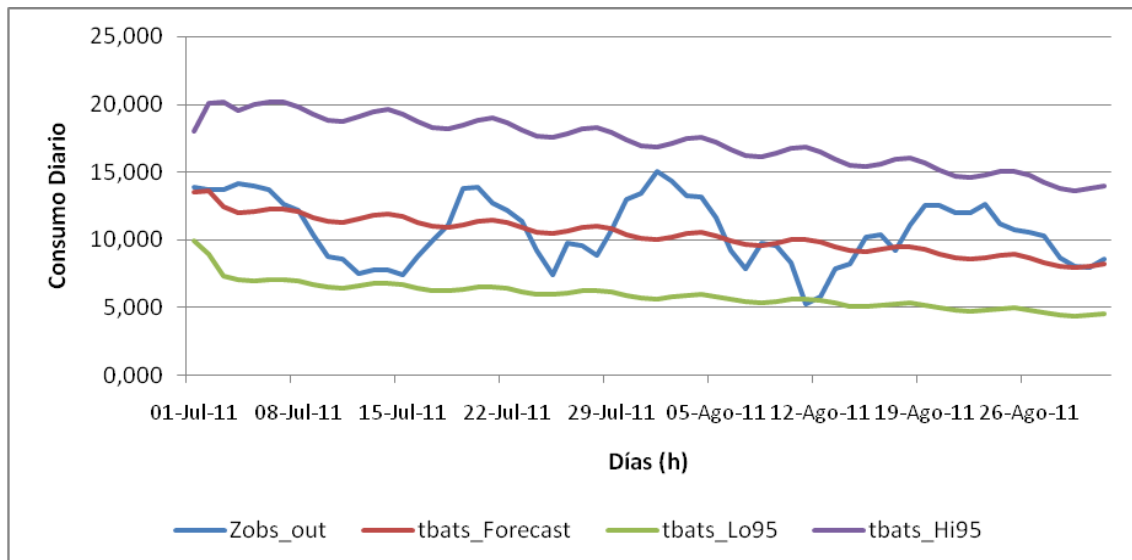


Gráfico 7: Descomposición de la serie consumo diario promedio de gas en metros cúbicos (m³), en la localidad de Las Rosas por el modelo TBATS (01-03-2008 al 30-06-2011)



Fuente: Elaboración propia en base a datos de una Empresa privada.

Gráfico 8: Pronósticos del consumo diario promedio de gas en metros cúbicos (m³), en la localidad de Las Rosas con sus respectivos intervalos del 95% por el modelo TBATS (01-07-2011 al 31-08-2011).



Fuente: Empresa Privada

La mayoría de los valores observados caen dentro de los intervalos de pronóstico del 95%.



Tabla 1: MAPE de los modelos BATS y TBATS para diferentes horizontes (h).

Días (h)	TBATS
7	7.57
15	22.78
30	18.83
45	21.08
62	19.67

Si se comparan los valores de la Tabla 2 con los valores de MAPE que obtuvo Acosta, P. (2013), dicho valor a 31 días se triplica y a 62 días prácticamente se cuadruplica, lo que muestra la superioridad del modelo más completo.

Consideraciones Finales

Se presentan dos tipos de modelos para comportamientos estacionales complejos como lo son el modelo BATS y TBATS. Se aplican a dos series de tiempo 1) la serie diaria de paso de vehículos por el peaje General Lagos de la Autopista Rosario-Buenos Aires en el periodo 22 de abril de 2010 al 31 de octubre de 2012 y 2) consumo diario promedio por cliente medido en m^3 , en la localidad de Las Rosas en el período 1 de marzo de 2008 a 31 de agosto de 2011.

Para la serie 1), los resultados demuestran que ambos tipos de modelos son aptos para describir y pronosticar esta serie que presenta estacionalidad compleja. El modelo TBATS presenta algunas ventajas sobre el modelo BATS como son: i) mejor bondad de ajuste (menor AIC); ii) menor porcentaje de error en sus pronósticos fuera de la muestra para diferentes horizontes de pronóstico (medido a través de MAPE); reducción en el tiempo de computación para estimar el modelo, debido al menor número de valores semilla.

Para la serie 2) en cambio el desempeño de los modelos propuestos no es tan alentador, el modelo BATS no presentó buen ajuste y si bien el modelo TBATS ajusta bien los datos, los pronósticos tienen mayor error que el MEE con *Spline*. Una explicación posible para la menor calidad de los pronósticos por el modelo TBATS, es que estos modelos no permiten incorporar variables explicativas y en esta aplicación tienen mucha influencia variables climáticas, las que si se pueden incluir en los MEE (Harvey y Koopman, 1993). No obstante dada la sencillez de estos últimos para su empleo hace que no se puedan descartar completamente.

En el futuro se piensa seguir investigando estos modelos en distintas aplicaciones y comparándolas con otros modelos como pueden ser los MEE con variables explicativas u otros.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACOSTA, P. (2013) *Modelos de series de tiempo para el consumo diario de gas*. Tesis de Maestría en Estadística Aplicada, Facultad de Ciencias Económicas y Estadística de la Universidad Nacional de Rosario.
- BOX, G.E.P, and JENKINS, G.M. (1970) *Time Series Analysis: forecasting and Control* (1st Ed.) San Francisco. Holden-Day.
- DE LIVERA, A.M., HYNDMAN, R.J., and SNYDER, R.D. (2011) Forecasting time Series with Complex seasonal patterns Using exponential Smoothing. *Journal of the American Statistical Association*. **106**. 1513-1527.
- HARVEY, A. (1989) *Forecasting Structural time Series Model and the Kalman Filter*, New York: Cambridge University press.
- HARVEY, A. and KOOPMAN, S.J. (1993) Forecasting Hourly Electricity Demand Using Tie Varying Splines. *Journal of the American Statistical Association*. **88** 1228-1236.
- HYNDMAN, R.J., KOEHLER, A.B., ORD, J.K. and SNYDER, R.D. (2008) *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach*, Berlin, Springer-Verlag.
- HYNDMAN, R.J. and KANDHAKAR, Y. (2008) Automatic Time Series Forecasting: the Forecast Package for R. *Journal of Statistical Software*, **26**(3) 1-22.
- R Development Core Team (2011). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.
- TAYLOR , J. W. (2003). Short-Term Electricity Demand Forecasting *Journal of the Operational Research Society*, **54**, 799-805.
- TAYLOR , J. W. (2010) Triple Seasonal Methods for Short-Term Electricity Demand Forecasting. *European Journal of Operational Research*, **204**, 139-152.
- TAYLOR, J. W. and SNYDER, R.D. (2009) Forecasting Intraday Time Series With Multiple Seasonal Cycles Using Parsimonious Seasonal Exponential Smoothing. Technical Report 09/09. Dept. of Econometric and Business Statistics, Monash University.
- WINTERS, P.R. (1960) Forecasting sales by exponentially weighted moving averages, *Management Science*, **6**, 324-342.
- WEST, M. and HARRISON, J. (1997) *Bayesian Forecasting and Dynamic Models* (2nd ed.) New York: Springer-Verlag.